

P を素数の集合, N を自然数の集合とする. 関数 $f : P \rightarrow N$ は $1 \leq f(p) \leq p$ を満たすものとする. また, 関数 $\varphi, L : N \rightarrow N$ を以下のように定義する.

$$\varphi(m) = m \prod_{i=1}^r \frac{f(p_i)}{p_i}, \quad \text{where } m = p_1^{e_1} \cdots p_r^{e_r}$$

$$L(m) = \begin{cases} 0, & \text{if } m = 1, \\ L(\varphi(m)) + \#\{p \in f^{-1}(p) : p|m\}, & \text{otherwise} \end{cases}$$

このとき,

$$L(mn) = L(m) + L(n)$$

が成立する.

特に, $f(p) = p - 1$ のとき, φ はオイラー関数.