

オイラー関数を次のように一般化(?) します .

$$\varphi_k(m) = m \prod_{i=1}^r \frac{1}{p_i} \max\{p_i - k, 1\}$$

ただし, m の異なる素因数を p_1, \dots, p_r とします . また ,

$$L_k(m) = \begin{cases} 0, & \text{if } m = 1, \\ L(\varphi_k(m)) + \#\{p \in P : p \leq k + 1, p|m\}, & \text{otherwise} \end{cases}$$

とします . ここで, P は素数の集合です .

$$L_k(mn) = L_k(m) + L_k(n)$$

が成立します . $k = 1$ のときに, ちょうど山下先生の定理になります .