

[宮田の拡張] \mathbf{P} を素数の集合, \mathbf{N} を自然数の集合とする. 関数 $f: \mathbf{P} \rightarrow \mathbf{N}$ は $1 \leq f(p) < p$ をみたすものとする. また, 関数 φ, L を以下のように定義する.

$$\varphi(n) = n \prod_{i=1}^r \frac{f(p_i)}{p_i}, \quad \text{ただし } n = p_1^{e_1} \cdots p_r^{e_r}$$

$$(\forall p_j \in \mathbf{P}, p_i \neq p_j \ (i \neq j), e_j \geq 1)$$

$$L(n) = \begin{cases} 0 & (n = 1) \\ L(\varphi(n)) + \#\{p \in f^{-1}(1) : p|n\} & (n \neq 1) \end{cases}$$

このとき, $x, y \in \mathbf{N}$ について

$$L(xy) = L(x) + L(y)$$

が成立する.

特に, $f(p) = p - 1$ のとき, φ は Euler 関数である.