

Heinzer の予想について

On the Heinzer's conjecture

山下倫範

YAMASHITA Michinori

Heinzer's Conjecture とは, William Heinzer が「Minimal Primes of Ideals and Integral rings extensions, Proc. American Mathematical Society, Vol.40 No.2, Oct 1973, 370-372」の中で

If R is a noetherian integral domain with integral closure T , must it follow that the maximal ideals in T are finitely generated ?

と問うたもの。

Noether 環の整閉包 (導来正規環) については, 1次元 (Krull - 秋月 [1]), 2次元 (森 ([2], [3]) - 永田 ([5])) の場合は Noether 環であることが知られているが 3次元以上では反例が存在し (永田 [4]), 一般に Noether 環とはならない。

しかし, 知られている反例では, 今のところすべて極大イデアルは有限生成である。

以下は注記である。2次元の場合, Noether 環の導来正規環が Krull 環になることから, 森 - 永田の定理の証明を読み取ればさらに次のように拡張される。

R を Krull 環とし, その中の任意の高さ 1 の素イデアル p に対して, R/p が Noether 環であれば, R は Noether 環である。

これについては, [10]110p-111p において, 松村先生の注釈とともに, 森誉四郎 - 西村純一の定理として紹介されているが, 同時期もしくは少し早い時期に出版された [7] にある 2-4 Intersections of quasi-local domains の演習問題 8 (83p) にて証明のヒントとともに掲載されている (西村先生とは別証明 ([8], [9]))。

私は大学 4 年の時に, 河田敬義先生の下で (卒業研究) [7] を読んでいたが, このテキストを読むきっかけになったのは, 友人の中に当時松村先生が所属してい

た名古屋大学の数学科学生がいて、松村先生のところでは [7] を読んでいるという話を聞いたからである。とすれば、松村先生の [10] における注釈においては森 - Kaplansky - 西村の定理もしくは [5] での本質的なものを読みとることによって森 - 永田 - Kaplansky - 西村の定理でもいいのかもしれない。

参考文献

- [1] Akizuki Y., Einige Bemerkungen überprimäre Integritätsbereiche mit Teilerkettensatz, Proc. Phys-Math. Soc. Japan, 17 (1935), 327-336
- [2] Mori Y., On the integral closure of an integral domain, Autumn meeting of the Mthematical Society of Japan in 1953
- [3] Mori Y., On the integral closure of an integral domain I, II. Mem. Coll. Sci. U. Kyoto 27 (1953), 249-156 Errata, ibid, 28 (1954), 327-328 Bull. Kyoto Gakugei Univ. 7 (1955), 19-30
- [4] Nagata M., Note on integral closures of Noetherian integrity domains, Memoirs Kyoto University, ser. A, Vol.28, No.2, (1954), 121-124
- [5] Nagata M., On the derived normal rings of Noetherian integral domains, Memoirs Kyoto University, ser. A, Vol.29, No.3, (1955), 293-303
- [6] 秋月康夫 - 永田雅宜, 近代代数学, 現代数学講座 2, 共立出版 (1957)
- [7] Kaplansky I., Commutative Rings, The Univ. of Chicago Press, 1974
- [8] Nishimura J., Note on Krull domains, J. Math. Kyoto Univ., (1975), 397-400
- [9] 西村純一, On integral closures of noetherian domains, 第1回可換環論若手シンポジウム報告集, 日本大学軽井沢研修所, 1978.10.18 - 21, 56-62
- [10] 松村英之, 可換環論, 共立出版, 1980