メモ：$3x \pm 1$関数の計算式

Memorandums:On a formula for the $3x \pm 1$ functions

山下倫範*

YAMASHITA Michinori

立正大学　地球環境科学部

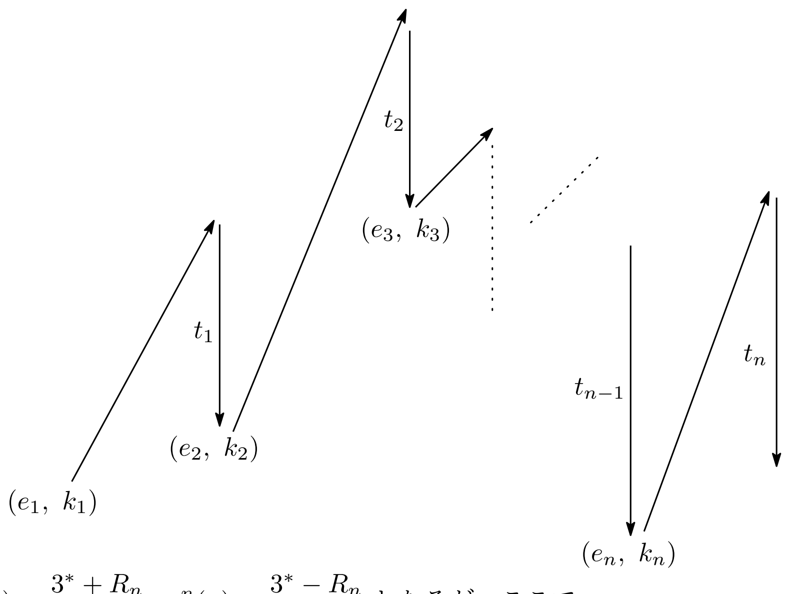
Faculty of Geo-Environmental Science, Rissho Univ.

2013.03.12

f を $3x+1$ 型，g を $3x-1$ 型の自然数上で定義された関数とする。

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{3x+1}{2} & x \text{ ：奇数} \\[2ex] \dfrac{x}{2} & x \text{ ：偶数} \end{cases} \qquad g(x) = \begin{cases} \dfrac{3x-1}{2} & x \text{ ：奇数} \\[2ex] \dfrac{x}{2} & x \text{ ：偶数} \end{cases}$$

このとき，f (resp. g) で遷移してゆく自然数は，$(e,\ k)$ (resp. $[e,\ k]$)（[2], [4]）の表現を用いれば次図のようになる。始点は $x = (e_1,\ k_1)$ (resp. $[e_1,\ k_1]$) とする。



このとき，$f^n(x) = \dfrac{3^* + R_n}{2^*}$，$g^n(x) = \dfrac{3^* - R_n}{2^*}$ となるが，ここで

$$E_j = \sum_{i=1}^{j} e_i,\ T_j = \sum_{i=1}^{j} t_i,\ N = E_n + T_n \text{ ただし,} E_0 = 0,\ T_0 = 0 \text{　とする}$$

*yamasita@ris.ac.jp　共同研究者募集中

とすれば，

$$R_n = 3^{E_n} - 2^{E_n} + \sum_{i=1}^{n-1} (2^{t_i} - 1) 2^{T_{i-1}} (2^{E_i} 3^{E_n - E_i} - 2^{E_n})$$

であり，このとき，

$$f^n(x) = \frac{3^{E_n} x + R_n}{2^N} \qquad g^n(x) = \frac{3^{E_n} x - R_n}{2^N}$$

となる。

参考文献

[1] Yamashita M., Note on the behaviour of $(e,\ k)$, (unpublished), 1982.10.10.

[2] Yamashita M., Nagata K. and Nemenzo F., On some kind of integers and their experimental properties, Proceedding of Autum meeting (App. Math.) [abstructs], Math. Soc. of Japan, 1995.9.

[3] Yamashita M., Tomonaga S., Nagata K. and Nemenzo F., On some kind of integers and their experimental properties (2), Proceedding of Annual meeting (App. Math.) [abstructs], Math. Soc. of Japan, 1996.4.

[4] 山下倫範，$3x \pm 1$ 問題についての注意，`http:/yamashita.net/open/col-1.pdf/`，2008.02.03