

3x - 1 問題と予想

On the 3x - 1 problem and its conjecture

山下倫範

YAMASHITA Michinori

g を自然数上で定義された次のような $3x - 1$ 型関数とする。

$$g(x) = \begin{cases} \frac{3x-1}{2} & x : \text{奇数} \\ \frac{x}{2} & x : \text{偶数} \end{cases}$$

このとき、 $3x - 1$ 問題とは次の予想が正しいか否かを問う問題である。

予想 1 ($3x - 1$ 予想 [2])

任意の自然数 x に対して、関数 g を作用させてゆけば、 x の振舞いは次の 3 つの場合に帰着する。

(1) 1 へ辿りつく

(2) $\dots 5 \rightarrow 7 \rightarrow 10 \rightarrow 5 \dots$ のループの中に入る

(3) $\dots 17 \rightarrow 25 \rightarrow 37 \rightarrow 55 \rightarrow 82 \rightarrow 41 \rightarrow 61 \rightarrow 91 \rightarrow 136 \rightarrow 68 \rightarrow 34 \rightarrow 17 \dots$ のループの中に入る

我々は次のことも予想している。

予想 2

自然数上での $3x - 1$ 問題と $3x + 1$ 問題は同値である。

注意 1

予想 2 は整数上では自明である。また、この予想が成立してもしなくても驚かない。

参考文献

- [1] http://yamashita-lab.net/open/3x_1_20130112.pdf : 山下倫範, 自然数上の $3x + 1$ 関数の導来偶奇列と $3x - 1$ 関数の導来偶奇列の関係について (On the relation between the derived parity sequence of the $3x + 1$ function and that of the $3x - 1$ function), 2013.01.12
- [2] www-cc.gakushuin.ac.jp/~851051/student06/hirao.pdf : 平尾想太, $3x - 1$ 問題について, 2008.02.03